



اول میراث

حل مسئله در کتاب ریاضی

محسن تنده

کارشناس ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی

mtandeh@yahoo.com

چکیده

در این مقاله قصد دارم به بررسی تعریف مسئله و رویکرد حل مسئله در کتاب ریاضی سال اول دبیرستان پردازم. روش ایست که هدف من بررسی تاریخی این رویکرد نیست، بلکه هدف این ایست که معلمان گرامی را، که مخاطبان اصلی این مقاله‌اند، با تعریف مسئله و اجرای این رویکرد در کلاس درس آشنا کنم. برای نیل به این هدف ابتدا به پیشینه این رویکرد و کارهای شخصی که در این راستا انجام شده است می‌پردازم و سپس در چند مثال به بررسی این فرایند می‌پردازم.

کلیدواژه‌ها: مسئله، رویکرد حل مسئله، معلم، کلاس درس

۱. مقدمه

«چه‌ها! مسائل صفحه‌فلان از کتاب درسی را برای جلسه بعد حل کنید.» «شما باید پای تخته و این مسئله را حل کن.» «جازه آق! این مسئله خیلی سخته! من نمی‌توانم آن را حل کنم.» ... در کلاس‌های ضمن خدمت نیز حتماً این نکته‌ها را به شما گوشزد کرده‌اند که: «بین مسئله و تمرین فرق است.» «سعی کنید دانش‌آموزان با مسئله ریاضی درگیر شوند و خودشان به راه حل مسئله برسند.» «سعی کنید از نقش انتقال‌دهنده دانش خارج شوید.» «بگذارید دانش‌آموزان خودشان در یک فرایند کلاسی و با کمک هم‌کلاسی‌های خود به کشف ریاضی بپردازند.»

در فرهنگ لغت آکسفورد ذیل واژه problem (مسئله) چنین آمده است: مسئله یک سؤال سخت است، موضوعی برای تحقیق و بحث، یک سؤال برای تمرین ذهن. (ترجمه از فرهنگ آکسفورد) در فرهنگ لغت معین نیز، ذیل این واژه آمده است: حاجت، مطلب و جمع آن مسائل می‌باشد. می‌بینیم که واژه مسئله از واژگانی است که چه در زمینه ریاضی و چه در دیگر زمینه‌ها به طور فزاینده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. به طور حتم، شما، به عنوان یک معلم ریاضی، هر روز با این عبارت‌ها در کلاس درس خود بخورد دارید.

در کلاس‌های ضمن خدمت نیز
حتماً این نکته‌ها را به شما
گوشزد کرده‌اند که: «بین مسئله
و تمرین فرق است». «سعی کنید
دانش آموزان با مسئله ریاضی
در گیر شوند و خودشان به راه حل
مسئله برسند». «سعی کنید از
نقش انتقال دهنده دانش خارج
شوید». «بگذارید دانش آموزان
خودشان در یک فرایند کلاسی و با
کمک هم کلاسی‌های خود به کشف
ریاضی بپردازند»

به کافه‌ای یا رستورانی می‌روم. ولی اگر یخچال خالی
باشد و یا در شهر، بدون پول، مانده باشم، وضع کاملاً
به گونه دیگری درمی‌آید. در چنین مواردی میل به غذا
«مسئله» ایجاد می‌کند و گاهی مسئله‌ای دشوار. به طور
کلی، تمايل و نیاز، گاهی منجر به یک مسئله می‌شود و
گاهی هم مسئله‌ای ایجاد نمی‌کند. اگر همراه با تمايلی
که در مغز من به وجود می‌آید و یا بلا فاصله به دليلی
وسیله‌ای به ذهنم برسد که به کمک آن بتوانم به طور
قطع تمايل خود را برآورم مسئله به وجود نمی‌آید.

۳. مثال‌هایی از کتاب درسی

با توجه به تعریف مسئله آن‌طور که پولیا ارائه داده
تا حدود زیادی فرق بین مسئله و تمرین مشخص
می‌شود. اگر از دانش آموز تکلیفی را بخواهیم که در
همان لحظه راه حل آن برای دانش آموز مشخص باشد،
این دیگر مسئله نیست، بلکه فقط یک تمرین برای
دانش آموز است، هر چند ممکن است حل خیلی از
این تمرین‌ها که به دانش آموز می‌دهیم، با اینکه یک
راه حل سرراست دارند، در وهله اول از عهده او برنياید.
پس صرف اینکه اگر در برخورد با تکلیفی، دانش آموز
نتوانست آن را حل کند آن مسئله است و اگر توانست
حل کند آن تمرین است حرفی غلط است. برای
روشن شدن مطلب در اینجا مثالی می‌آورم:
فرض کنید شما معلم کلاس اول دبیرستان هستید
و اتحاد مربع نوع اول را تدریس کرده‌اید. پس از تدریس

این‌ها شعارهایی است که هر معلم در چند سال
اخیر بارها شنیده است. در واقع، این موج از چند سال
پیش با تغییر کتاب‌های درسی ریاضی دوره راهنمایی
و دبستان ایجاد شد و الان چند سالی است که با
تغییر کتاب‌های درسی دوره دبیرستان به دبیرستان
متوسطه نیز رسیده است.

۲. تعریف مسئله

شاید به جرأت بتوان پولیا را سردمدار رویکردی در
آموزش ریاضی با عنوان «رویکرد حل مسئله» معرفی
کرد. هنگامی که پولیا کتاب «چگونه حل کنیم» را
در سال ۱۹۴۵ منتشر کرد هنوز در آموزش ریاضیات
رویکردی با عنوان رویکرد حل مسئله به وجود نیامده بود.
پولیا در کتاب خود استراتژی‌هایی را برای حل مسئله
ارائه داد که خود از آن با عنوان «رهیافت» نام برد
است. سی و پنج سال بعد از انتشار کتاب پولیا، شورای
معلمان ریاضی امریکا در سال ۱۹۸۰ دستور کاری را
تحت عنوان نظریه‌هایی در ریاضی مدرسه‌ای منتشر
کرد. بر این اساس، حل مسئله در سرلوحة برنامه‌های
ریاضی مدارس امریکا قرار گرفت و سالنامه شورا به
حل مسئله در ریاضیات مدارس اختصاص یافت. در
سالنامه‌ها و انتشارات بعدی شوراهم موضوعات مشابهی
دنبال شد. برای رواج بیشتر این نظرات در داخل جلد
سالنامه‌الگوی چهار مرحله‌ای به نقل از کتاب «چگونه
حل کنیم» نقش بسته بود. علاوه بر این همه مقالات
سالنامه به واقع براساس اندیشه‌های پولیا نوشته شده
است.

و اما پولیا در کتاب خلاقیت ریاضی مسئله را چنین
تعریف نموده است:

«مسئله عبارت است از ضرورت جستجوی
آگاهانه وسیله مناسبی برای رسیدن به هدفی روشن،
ولی در بد امر غیرقابل دسترس». حل مسئله، به
معنای پیدا کردن این وسیله است.

پولیا برای تفهیم بهتر اینکه مسئله چیست مثالی
آورده که در اینجا عیناً ذکر می‌شود:

«در نظام امروزی زندگی، به دست آوردن غذا،
معمولًا مسئله‌ای نیست. اگر در خانه احساس گرسنگی
بکنم، چیزی از یخچال بر می‌دارم و اگر در شهر باشم،

تمرین می‌تواند به او کمک کند تا فرمول شیب را به ذهن بسپارد.

مسئله وقتی ایجاد می‌شود که دانش‌آموز به سراغ حل قسمت‌های (ب) و (ج) می‌رود. در اینجاست که با داشتن فرمول شیب خط باز هم می‌بینیم که فکر خیلی از دانش‌آموزان به قلق‌لک می‌آید و از حل آن عاجز می‌مانند. نکته جالب توجه در این مسئله این است که بعد از راهنمایی‌های معلم و ارائه ایده‌های مختلف توسط برخی دانش‌آموزان، هنگامی که به جواب صحیح می‌رسیم لزوماً تمام جواب‌های صحیح یکسان نخواهد بود.

در همان جلسه یا جلسه بعد یک سؤال به صورت زیر طرح می‌کنید:

- حاصل $(x+1)^2$ را بیابید.

ممکن است خیلی از دانش‌آموزان نتوانند به این سؤال جواب دهند، اما این دلیل بر مسئله بودن این تکلیف نیست. این تمرینی است برای یاددهی اتحاد $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

حال اگر دانش‌آموزان نتوانستند جواب تمرین بالا را بدeneند شما چگونه می‌توانید بدون اشاره به جواب تمرین، آن‌ها را راهنمایی کنید تا به جواب برسند؟ با این تمرین می‌توان این تکلیف را از دانش‌آموزان خواست:

- با استفاده از یک شکل هندسی اتحاد نوع اول را اثبات کنید.

در واقع شما با طرح این مطلب دانش‌آموزان را با یک «مسئله» درگیر کرده‌اید. اگرچه ممکن است این تکلیف باز هم برای تعدادی از دانش‌آموزان به هر دلیلی یک مسئله نباشد، اما برای بقیه دانش‌آموزان یک مسئله است. در اینجاست که شما می‌توانید بدون اینکه مستقیم سراغ جواب تکلیف بروید یا راهنمایی‌های لازم و سرکشی به کل کلاس دانش‌آموزان را وادر به یافتن راه حل‌هایی کنید که در پاره‌ای از موارد راه حل‌هایی نو و جدید خواهند بود.

مثال دیگری که می‌خواهم در اینجا ذکر کنم باز هم از کتاب ریاضی اول دبیرستان است.

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

را در صفحه در نظر بگیرید. (مسئله ۲، صفحه ۱۲۴)
الف. شیب خط‌هایی را که اضلاع مثلث ABC را می‌سازند حساب کنید.

ب. نقطه C را طوری تغییر دهید تا شیب همه اضلاع مثلث ABC مثبت شود.

ج. نقطه A را طوری تغییر دهید تا شیب همه اضلاع مثلث ABC منفی شود.

حل قسمت (الف) هیچ مسئله‌ای برای دانش‌آموز ایجاد نمی‌کند. چون کافی است دانش‌آموز فرمول شیب را بداند تا با جایگذاری آن شیب اضلاع را به دست آورد. حتی اگر دانش‌آموز فرمول شیب را بلد نباشد این

۴. نتیجه‌گیری

آنچه در فرایند آموزش‌های مدرسه‌ای ما مشاهده می‌شود گویای این واقعیت است که هنوز خیلی از دبیران با اهداف اولیه کتاب ریاضی اول دبیرستان آشنا نیستند و در کلاس ضمن خدمت نیز بیشتر به دنبال حل مسائلی که در کتاب آمده است می‌گردد تا بتوانند در کلاس‌های درس به مسائل کتاب جوابی هماهنگ بدهند! کلاس‌های ضمن خدمت بیشتر بررسی محتوایی کتاب است تا نحوه تدریس و ارائه مطالب آن. در این مقاله قصد داشتم در حد ناچیزی همکاران عزیز را با اهداف کتاب آشنا کنم. مثالی که از پولیا در رابطه با مسئله آوردم می‌تواند راهنمایی کار در خیلی از موارد باشد که واقعاً ما در بیشتر موارد «تمرین» را به جای «مسئله» به خود دانش‌آموز می‌دهیم.

پی‌نوشت

۱. نویسنده خود در کلاس‌های ضمن خدمت معلمان شهرستان گرمسار شرکت نموده است.

منابع

۱. پولیا، ج. خلاقیت ریاضی، ترجمه پرویز شهریاری، انتشارات فاطمی، چاپ هفتم، ۱۳۸۲، صفحه ۲۰۷-۲۰۵.
۲. پولیا، ج. چگونه مسئله را حل کنیم، ترجمه احمد آرام، انتشارات کیهان، چاپ هشتم، ۱۳۸۶.
۳. خاکباز، عظیمه سادات. معرفی چارچوب شونغیلد برای حل مسئله ریاضی. دهمین کنفرانس آموزش ریاضی بزرگ، تابستان ۱۳۸۷.
۴. کتاب ریاضی سال اول دبیرستان، وزارت آموزش و پرورش، سال ۱۳۸۸.